"fritzi" <fritzi@marcus.de>

Irrationale Quadratwurzeln

Ohne daß wir es wissen, hatten wir häufig schon Strecken gezeichnet, deren Länge eine irrationale Zahl war.

$x^2 = 2$ - Über der Menge der rationalen zahlen ist diese Lösungsmenge leer.

Die Menge der rationalen Zahlen ist unvollständig: es gibt *nicht* für jede Länge eine rationale Maßzahl.

Auf der Zahlengeraden gibt es außer den rationalen Punkten noch unendlich viele irrationale Punkte.

Durch systematisches Vorgehen an der Zahlengeraden erhalten wir folgende Intervalle:
I° = [1;2] , I =[1,4;1,5] , I =[1,41;1,42] ,..............
Jedes Intervall ist im Vorangehenden vollständig enthalten.
Man sagt: Die Intervalle sind *ineinandergeschachtelt.*

Eine Folge I°, I, I ,......von unendlich vielen Intervallen nennt man Intervallverschachtelung, wenn:

1. jedes Intervall im vorangehenden vollständig enthalten ist und
2. die Länge der Intervalle mit wachsendem n beliebig klein wird.

Es gibt höchstens eine Zahl, die allen Intervallen in einer Intervallverschachtelung angehört.

Die rationalen Zahlen lassen sich durch endliche oder unendliche periodische Dezimalbrüche darstellen.
Zahlen, die sich durch unendliche nichtperiodische Dezimalbrüche darstellen lassen heißen irrationale Zahlen.