

## GEOMETRIE- ABSTANDSBERECHNUNGEN

### ABSTAND EBENE - EBENE

$$E: Ax + By + Cz - D = 0 \quad F: Ax + By + Cz - E = 0$$

- Abstand nur zu berechnen, wenn es sich um zwei parallele Ebenen handelt
- Länge des Normalenvektors bestimmen [  $\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}$  ]
- $E - D$ , geteilt durch die Länge des Normalenvektors
- Ergebnis = Abstand der beiden parallelen Ebenen

### ABSTAND PUNKT - EBENE

(Möglichkeit 1)

- Aus dem Punkt und dem Normalenvektor eine zweite Ebene bilden (diese ist dann parallel zur Ebene E)
- Normalenvektor verknüpft mit  $x$  minus Normalenvektor verknüpft mit Punkt

$$\begin{array}{cccc} \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \\ \mathbf{n} \circ \mathbf{x} & - & \mathbf{n} \circ \mathbf{p} & \end{array}$$

- Ebenengleichung aufstellen, dann Abstand zwischen den beiden parallelen Geraden berechnen (sh. oben)
- Ergebnis = Abstand Punkt- Ebene

(Möglichkeit 2)

- Hesse'sche Normalenform aufstellen
- Dazu Länge des Normalenvektors berechnen

$$1 / L(\mathbf{n}) * [(\mathbf{n}) \circ \mathbf{x} - D] = 0$$

- Punkt für  $x$  einsetzen
- Ergebnis = Abstand Punkt - Ebene

### ABSTAND GERADE - EBENE

- Mit dem Antragspunkt der Geraden und dem Normalenvektor der Ebene eine Ebenengleichung aufstellen

$$\begin{array}{cccc} \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \\ \mathbf{n} \circ \mathbf{x} & - & \mathbf{n} \circ \mathbf{p} & \end{array}$$

- Abstand der beiden Ebenen bestimmen
- Ergebnis = Abstand Gerade- Ebene

### ABSTAND PUNKT - GERADE

- Der Richtungsvektor der Geraden wird als Normalenvektor betrachtet, um eine Ebenengleichung aufstellen zu können (Also Ebene aus Richtungsvektor und Punkt aufspannen)

$$\begin{array}{cccc} \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \\ \mathbf{n} \circ \mathbf{x} & - & \mathbf{n} \circ \mathbf{p} & \end{array}$$

- Schnittpunkt der Geraden mit der Ebene berechnen
- Geradengleichung nach r (bzw. der Variablen) auflösen
- Einsetzen in die Ebenengleichung
- Ergebnis = Schnittpunkt Gerade - Ebene  $\rightarrow \rightarrow$
- Vektor aus Schnittpunkt und Punkt bilden  $(\mathbf{s} - \mathbf{p})$
- Länge des Vektors berechnen
- Ergebnis = Abstand Punkt - Gerade

### ABSTAND GERADE - GERADE ( gilt nur für parallele Geraden! )

- Mit dem Richtungsvektor von Gerade 1 und dem Antragspunkt von Gerade 2 (oder anders herum) eine Ebenengleichung aufstellen (sh. oben)
- Schnittpunkt berechnen (Gerade 1 und Ebene)
- weitere Rechnung sh. Abstand Punkt- Gerade

### ABSTAND ZWISCHEN ZWEI WINDSCHIEFEN GERADEN

- Beziehung zwischen den beiden Geraden herstellen

$$\begin{array}{ccc} \rightarrow & \rightarrow & \rightarrow \rightarrow \\ \mathbf{n} \circ \mathbf{u}_1 = 0 & & \mathbf{n} \circ \mathbf{u}_2 = 0 \end{array}$$

- Durch Additionsverfahren n bestimmen (beliebigen Wert für ein n einsetzen, um die anderen beiden bestimmen zu können)
- Ergebnis = Normalenvektor
- Mit dem (berechneten) Normalenvektor und dem Antragspunkt der Geraden 1 Ebenengleichung aufstellen
- Mit dem (berechneten) Normalenvektor und dem Antragspunkt der Geraden 2 Ebenengleichung aufstellen
- Abstand der beiden Ebenen berechnen
- Ergebnis = Abstand der beiden windschiefen Geraden

### ABSTAND EBENE - URSPRUNG

- D durch die Länge des Normalenvektors teilen
- Ergebnis = Abstand Ebene - Ursprung